Klausurteil Differenzialgleichungen Dr. T. Wenisch erreichbar: 20 Punkte

Name, Vorname: **Punkte:**

Matr.-Nr.:

1. Gegeben ist die Differenzialgleichung: $\boldsymbol{y' - 2xy = \sin(x) \cdot e^{x^2}}$ (10)

   a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung.

   b) Bestimmen Sie die spezielle Lösung für das Anfangswertproblem:

      $y(0) = 5$

2. Gegeben ist die Differenzialgleichung: $\boldsymbol{y'' + 4y' = ay}$ (10)

   a) Für welche Werte von a hat die charakteristische Gleichung komplexe Lösungen?

   b) Lösen Sie nun die angegebene DGL.für a=5

   c) Lösen Sie das Anfangswertproblem $y(0) = 2, \quad y'(0) = -1$

Lösungen:

1. a) Lösung der homogenen DGL $y_0 = e^{x^2}$

Variation der Konstanten für die inhomogene DGL, Ansatz $y = \frac{K(x)}{x}$

ergibt $K_{(x)} = -\cos(x) + C$ und damit $y = (C - \cos(x))\, e^{x^2}$

b) $y(0) = 5 \quad \rightarrow \quad C = 6$

$y = (6 - \cos(x)) \cdot \, e^{x^2}$

2. a) $\lambda^2 + 4\lambda - a = 0$ hat die Lösung $\lambda = -2 \pm \sqrt{4 + a}$

Komplexe Lösungen entstehen für a < -4

b) $y = C_1\, e^{x} \; + \; C_2\, e^{-5x}$

c) $y(0) = 1 \quad \rightarrow \quad C_1 + C_2 = 2$

$y'(0) = 1 \quad \rightarrow \quad C_1 - 5C_2 = -1$

$y = 1{,}5 \; e^{x} \; + \; 0{,}5 \; e^{-5x}$