

1. Unterscheiden Sie die folgenden Differenzialgleichungen nach ihrer Ordnung, ob sie linear oder nicht-linear, homogen oder inhomogen sind.

a) $y' = 2xy$

d) $y' = 3x^5(y - 1)$

b) $m\dot{v} + \mu v = mg$

e) $L \frac{dI}{dt} + RI = U(t)$

c) $y''\sqrt{y} + xy''' - 2x = 0$

f) $y'' + x \cdot \sin y = 0$

2. Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen der folgenden Differenzialgleichungen

a) $y' + 4y = 0$

c) $3y' - 5ay = 0$

b) $\dot{n} = -\lambda n$

d) $3y' = 18y$

3. Lösen Sie die folgenden Differenzialgleichungen durch Variation der Konstanten

a) $y' + xy = 5x$

d) $y' + \frac{y}{x+1} = e^{2x}$

b) $xy' + y - x \cdot \sin(x) = 0$

e) $y' \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot y = 1$

c) $y' - 4 \cdot \cos(x) \cdot y = \cos(x)$

f) $xy' - y = x^2 + 9$

4. Lösen Sie die Differenzialgleichungen mit einer geeigneten Substitution

a) $xy' = y + 4x$

c) $y' = (1 + x + y)^2$

b) $x^2 y' = \frac{1}{4}x^2 + y^2$

d) $y' = \sin\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y}{x}$

Lösungen:

1. a) 1. Ordnung, linear, homogen
 b) 1. Ordnung, linear, inhomogen
 c) 3. Ordnung, nicht-linear, inhomogen
 d) 1. Ordnung, linear, inhomogen
 e) 1. Ordnung, linear, inhomogen
 f) 2. Ordnung, nicht-linear, homogen

2. a) $y_0 = Ce^{-4x}$
 b) $n_0 = Ce^{-\lambda t}$
 c) $y_0 = Ce^{\frac{5}{3}ax}$
 d) $y_0 = Ce^{6x}$

3. a) $y_0 = Ce^{-\frac{1}{2}x^2}$ $y = Ce^{-\frac{1}{2}x^2} + 5$
 b) $y_0 = \frac{c}{x}$ $y = \frac{\sin(x) - x \cdot \cos(x) + c}{x}$
 c) $y_0 = Ce^{4\sin(x)}$ $y = ce^{4\sin(x)} - \frac{1}{4}$
 d) $y_0 = \frac{c}{x+1}$ $y = \frac{1}{4} \cdot \frac{(2x+1) \cdot e^{2x} + c}{x+1}$
 e) $y_0 = \frac{c}{\cos(x)}$ $y = \frac{x+c}{\cos(x)}$
 f) $y_0 = Cx$ $y = x^2 + Cx - 9$

4. a) $u = \frac{y}{x}$ $y = 4x \cdot \ln|Cx|$
 b) $u = \frac{y}{x}$ $y = \frac{1}{2}x - \frac{x}{\ln|Cx|}$
 c) $u = 1 + x + y$
 $y = \tan(x + C) - x - 1$
 d) $u = \frac{y}{x}$ $y = 2x \cdot \arctan(Cx)$