

B Name, Vorname: Punkte: Note:
 Matr.-Nr.: Studienfach:

1. Berechnen Sie die Integrale

a) $\int_0^{\pi} x \cdot \sin(3x) dx =$ (4)

b) $\int \frac{7x-7}{x^2+3x-10} dx =$ (4)

2. Gegeben ist die unendliche Reihe

$$s_n = 5 + \frac{5}{4} + \frac{5}{16} + \frac{5}{64} + \dots$$

- a) Um welchen Reihentyp handelt es sich ? (1)
 b) Welchen Summenwert hat die Reihe ? (3)

3. Zeigen Sie , dass

$$\int \sin \sqrt{x} dx = 2 \cdot \sin \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \cos \sqrt{x} \quad (5)$$

4. Die Kurve der Funktion $f(x) = \frac{1}{3} x^3$ rotiere im Intervall $[0; \sqrt{3}]$ um die x-Achse. (4)

Berechnen Sie die Mantelfläche des entstanden Rotationskörpers.

5. Geben Sie die Gleichung der Tangentialebene der Funktion (4)

$$z = f_{(x,y)} = 5x^3 - 3x^3y^2 + xy^5 \text{ im Punkt } P(2/1/z_0) \text{ an.}$$

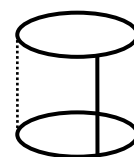
6. Entwickeln Sie die Funktion $f(x)=\sin(4x)$ in eine Taylorreihe an der Stelle $x_0=\pi/2$

- a) geben Sie die ersten 3 Summanden des Näherungspolynoms an (4)
 b) drücken Sie die Reihe durch eine allgemeine Summenformel aus (2)

7. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-1}^1 \int_0^{4x} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{2}{\pi} x^2 y + \cos z \right) dz dy dx \quad (5)$$

8. Bei der Produktion einer zylinderförmigen Dose mit dem Volumen V soll die Länge der Nahtlinie (Boden, Deckel, Seite Abb.) minimiert werden. Wie müssen der Radius r und die Höhe h gewählt werden? Lösen Sie die Aufgabe nach dem Lagrange Multiplikatorverfahren.



(6)

B Lösung:

$$1. \text{ a) } = \left. \frac{1}{9} \sin(3x) - \frac{1}{3} x \cdot \cos(3x) \right|_0^{\pi} = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{b) } \int \frac{7x-7}{x^2+3-10} dx = \int \frac{1}{x-2} + \frac{6}{x+5} dx = \ln(x-2) + 6 \ln(x+5)$$

$$2. \text{ a) } s_n = 5 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{20}{3} \quad \text{b) geometrische Reihe}$$

3. Integration der linken Seite mit der Substitution der Integrationsvariablen $x=u^2$ oder Ableitung der rechten Seite mit Ketten- und Produktregel

$$4. = 2\pi \int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{3} x^3 \sqrt{1+x^4} dx = 2\pi \left. \frac{1}{18} (10^{3/2} - 1^{3/2}) \right|_0^{\sqrt{3}} = 10,689$$

$$5. z_0=18 \quad f_x=15x^2-9x^2y^2+y^5 \rightarrow 25 \quad f_y=-6x^3y+5xy^4 \rightarrow -38$$

$$25x-38y-z = -6$$

$$6. \text{ a) } f(x) = \frac{4}{1!} (x - \pi/2)^1 - \frac{64}{3!} (x - \pi/2)^3 + \frac{1024}{5!} (x - \pi/2)^5$$

$$\text{b) } f(x) = (-1)^{n+1} \frac{4^{2n-1}}{(2n-1)!} (x - \pi/2)^{2n-1}$$

$$7. 16/5$$

$$8. F(r, h, \lambda) = 4\pi r + h + \lambda(\pi r^2 h - V)$$

$$F_r = 4\pi + 2\pi\lambda r h$$

$$F_h = 1 + \lambda\pi r^2$$

$$F_\lambda = \pi r^2 h - V$$

$$r = \frac{h}{2\pi} \quad h = \sqrt[3]{4\pi V} \quad r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi^2}}$$