Klausur zu Mathematik 2 **WS 2009/10** **Dr. T. Wenisch**

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Matr. Nr.: ______________________________

Studienfach: ______________________________

Hinweise und Klausurbedingungen:

- Schreiben Sie bitte deutlich und lesbar
- Geben Sie dieses Aufgabenblatt zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Beginnen Sie bitte jede Aufgabe auf einem neuen Blatt
- Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen
- Die Herleitung der Lösung muss erkennbar sein, notieren Sie daher den Rechenweg.
- Bearbeitungszeit 90 Minuten
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner, schriftliche Unterlagen

Bitte Unterschreiben

Mit meiner Unterschrift erkläre ich, dass ich
- mich gesundheitlich in der Lage fühle, an dieser Klausur teilzunehmen
- zu dieser Prüfungsleistung zugelassen bin
- diese Klausurarbeit selbständig verfasst habe
- keine anderen als die zugelassenen Hilfsmittel verwendet habe

Datum: ____________ Unterschrift: __________________________

Klausur zu Mathematik 2 WS 2009/10 Dr. T. Wenisch gesamt 42 Punkte, 100% = 36 Punkte

Name, Vorname: **Punkte:** **Note:**

Matr.-Nr.: **Studienfach:**

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int \frac{12x-6}{(x^2-9)} dx =$ (4)

b) $\int x \cdot e^{5x^2-1} dx =$ (4)

c) $\int x \cdot \sin(2x) dx =$ (4)

2. Ein Kegel mit der Höhe h=5cm und dem Radius r=5cm rotiert um seine Längsachse. (6)
Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Kegels und drücken Sie es aus
a) abhängig von der Dichte des Kegels,
b) abhängig von der Masse des Kegels.

3. Der durch $f_{(x)} = 2\pi - x^2$ im Intervall $[0;2\pi]$ definierte Parabelbogen wiederhole sich periodisch. Es soll eine Fourierreihe entwickelt werden. Berechnen Sie den Fourierkoeffizienten a_0. (4)

4. Das Integral $\int_0^{0,5} \cos(\sqrt{3x})\,dx$ ist elementar nur schwer lösbar. Berechnen Sie das Integral durch eine Taylorreihenentwicklung des Integranden auf 3 Dezimalstellen genau. (5)

5. Berechnen Sie alle ersten Ableitungen der Funktion: $f_{(x,y,z)} = e^{az}\sin(x^2y^3)$ (4)

6. Es soll eine zylinderförmige Dose mit einem Volumen V hergestellt werden. Dabei soll der Materialverbrauch (Oberfläche) möglichst klein sein. Bestimmen Sie Radius und Höhe der Dose. (6)
<u>Lösen Sie das Problem mit dem Lagrange Multiplikatorverfahren.</u>

7. Berechnen Sie das Integral

$\int_{-2}^{2} \int_0^{\ln(x)} (4 \cdot x^2 \cdot e^y)\, dy\, dx$ (5)

Lösung:

1. a) $\int \frac{5}{x-3} + \frac{7}{x+3} dx = 5\ln(x-3) + 7\ln(x+3)$

b) $= \frac{1}{10} e^{5x^2-1}$ (Substitution: z = $5x^2$-1)

c) $= \frac{1}{4}\sin(2x) - \frac{1}{2}x\cos(2x)$ (partielle Integration)

2. $f_{(x)} = \frac{r}{h}x \qquad J = \frac{\pi\rho}{2}\int f_{(x)}^4 dx$

a) $J = \frac{\pi\rho}{2}\int_0^h \frac{r^4}{h^4}x^5 = \frac{\pi\rho}{10}\cdot r^4 h = 312{,}5\pi\rho$

b) $\rho = \frac{m}{V} \qquad V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \qquad J = \frac{3}{10}mr^2 = 7{,}5m$

3. $a_0 = 4\pi - 8/3\pi^2 = -13{,}75$

4. $\int_0^{0,5} \cos\sqrt{3x}\,dx = \int_0^{0,5} 1 - \frac{3x}{2} + \frac{9x^2}{24} - \frac{27x^3}{720}\,dx = \left| x - \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{320}x^4 \right|_0^{0,5}$

=0,5000-0,1875+0,01625-0,00059=0,32754

5. $f_x = 2xy^3 \cdot e^{az}\cos(x^2y^3)$

$f_y = 3x^2y^2 \cdot e^{az}\cos(x^2y^3)$

$f_z = a \cdot e^{az}\sin(x^2y^3)$

6. $F_{(r,h,\lambda)} = 2\cdot\pi\cdot r^2 + 2\pi\cdot r\cdot h + \lambda\cdot(\pi\cdot r^2\cdot h - V)$

$F_r = 4\pi\cdot r + 2\pi\cdot h + 2\lambda\cdot\pi\cdot r\cdot h = 0$

$F_h = 2\pi\cdot r + \lambda\cdot\pi\cdot r^2 = 0 \qquad \Rightarrow \lambda = -\frac{2}{r} \Rightarrow \text{in } F_r \Rightarrow h = 2\cdot r$

$F_\lambda = \pi\cdot r^2\cdot h - V = 0$

$2r = h = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

7. -64/3 = 21,33