Klausur zu Mathematik 2 SS 2002 Dr. T. Wenisch 100%=36 Punkte

Name: **Matr.-Nr.:** **Punkte:** **Note:**

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin(3x)\,dx =$ (4)

b) $\int \frac{2x^2 - 9x + 13}{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}\,dx =$ (4)

2. Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve y= x $^{3/2}$ im Intervall [0;5]. (4)

3. Berechnen Sie die ersten Ableitungen von

$Z = f_{(x,y)} = \ln\sqrt{x^2 + 3y} + e^{2x+y} \cdot \sin(2x - y)$ (4)

4. Berechnen Sie cos 10° mit Hilfe einer Taylorreihenentwicklung auf 4 Dezimalstellen genau. (4)
(Hinweis: Winkel zuerst ins Bogenmaß umrechnen, geben sie den Rechenweg für die Reihenentwicklung an.)

5. Berechnen Sie die Extremwerte von

$z = f_{(x,y)} = (x^2 + y^2) \cdot e^{-x}$ (6)

6. Gegeben ist ein Hohlzylinder mit dem Innenradius r_i= 6cm, dem Außenradius r_a= 10cm und der Höhe h=20cm. (4)
Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differentials die Volumenänderung ΔV bei einer Änderung der Abmessungen um Δ r_i= 0,2cm, Δ r_a= -0,4cm und Δh=0,7cm.

7. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der entsteht durch Rotation der Kurve

$y = \sqrt{x^2 - 9}$ im Bereich $3 \le x \le 5$

a) um die x-Achse (2)

b) um die y-Achse (4)

Lösung:

1. a) $-\frac{1}{3}x^2\cos 3x+\frac{2}{9}x\sin 3x+\frac{2}{27}\cos 3x=\frac{1}{3}\pi^2-\frac{4}{27}$

b) $\int \frac{2}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{4}{(x-3)^3}dx=2\ln(x-3)-\frac{3}{(x-3)}-\frac{2}{(x-3)^2}$

2. $l=\int_0^5\sqrt{1+\frac{9}{4}x}\;dx=\frac{8}{27}(1+\frac{9}{4}x)^{\frac{3}{2}}$ =12,41

3. $z_x=\frac{x}{x^2+3y}+2e^{2x+y}(\sin(2x-y)+\cos(2x-y))$

$z_y=\frac{3}{2(x^2+3y)}+e^{2x+y}(\sin(2x-y)-\cos(2x-y))$

4. 10°=0,17453292 $\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-....$ cos 10° =0,9848

5. $z_x=(-x^2+2x-y^2)e^{-x}$ P(0/0/0) Δ >0 Minimum

$z_y = 2y\cdot e^{-x}$

$z_{xx}=(x^2-4x+y^2+2)e^{-x}$ P(2/0/z) Δ = -4e^{-4} <0 kein Extremwert

$z_{yy}=2e^{-x}$

$z_{xy}=-2y\cdot e^{-x}$

6. $V=\pi(r_a^2-r_i^2)\cdot h$

$dV=2\pi r_a h\cdot dr_a-2\pi r_i h\cdot dr_i+(r_a^2-r_i^2)\cdot dh=-512{,}7cm^3$

7. $V_x=\pi\int_3^5(x^2-9)dx=\frac{44}{3}\pi=46{,}08$

$V_y=\pi\int_0^4(y^2+9)dy=\frac{172}{3}\pi=180{,}1$