Klausur zu Mathematik 2 SS 2003 Dr. T. Wenisch gesamt 40 Punkte, 100%=35 Punkte

Name: **Matr.-Nr.:** **Punkte:** **Note:**

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale

a) $\int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{1}{2}} x \cdot e^{2x+3}\, dx =$ (4)

b) $\int \frac{\tan(2x)}{\cos^2(2x)}\, dx =$ (4)

c) $\int \frac{3x^2+4x-5}{x^3-2x^2+x-2}\, dx =$ (4)

2. a) Bestimmen Sie durch Integration das Trägheitsmoment eines geraden Kreiskegels, mit der Höhe h, dem Radius r und der der Dichte ρ, der um seine Symmetrieachse rotiert. (4)
Ergebnis: $J = \frac{3}{10} m r^2$

b) Der Kegel hat den Radius r=5cm, die Höhe h=15cm und die Masse m=500g Berechnen Sie das Trägheitsmoment. (1)

c) Der Kegel rotiert nun um eine zu seiner Symmetrieachse parallele Achse, die seine Grundfläche an ihrem Rand berührt. Wie groß ist das Trägheitsmoment? (2)

3. Das Integral $\int_0^{0,64} \sin(\sqrt{x})\, dx$ ist nicht elementar lösbar. Berechnen Sie das Integral durch eine Taylorreihenentwicklung des Integranden auf 3 Dezimalstellen genau. (5)

4. Das Widerstandsmoment eines rechteckigen Balkens der Breite b und Höhe h beträgt $W = W_{(b,h)} = \frac{1}{6} b h^2$. Ein Balken habe die Breite b=10cm und die Höhe h= 15cm. Berechnen Sie mit Hilfe des totalen Differentials die prozentuale Änderung des Widerstandsmoments wenn die Höhe um 1cm verringert und die Breite um 2cm vergrößert wird. (5)

5. Berechnen Sie die Extremwerte von

$z = f_{(x,y)} = e^{-y} \cdot (x^2 + y^2) + 5$ (6)

6. Laut Gebührenordnung der Post dürfen bei Briefen in Rollenform die Länge und der 2-fache Grundkreisdurchmesser zusammen höchstens 104cm betragen. Bei welcher Länge und welchem Durchmesser nimmt eine solche Briefrolle am meisten Raum in Anspruch ? Wie groß ist dann das Volumen ? (5)
Lösen Sie die Aufgabe nach dem Lagrange Multiplikatorverfahren.

Lösung:

1. a) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\right)e^{2x+3}=1$

b) $=-\frac{1}{4\cos^2(2x)}$ oder $\frac{1}{4}\tan^2(2x)$

c) $\int\frac{3}{x-2}+\frac{4}{(1+x^2)}dx=3\ln(x-2)+4\arctan(x)$

2. b) 3750 c) 3750+500·25=16250

3. $\int_0^{0,64}\sqrt{x}-\frac{\sqrt{x}^3}{3!}+\frac{\sqrt{x}^5}{5!}=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{5}\cdot\frac{x^{\frac{5}{2}}}{6}+\frac{2}{7}\cdot\frac{x^{\frac{7}{2}}}{120}=0{,}34133-0{,}02185+0{,}0005=0{,}36368$

4. W=375, ΔW=25, ΔW/W=25/375=1/15=0,0666=6,67%

5. $z_x=2x\cdot e^{-y}$ P(0/0/5) Δ >0 Minimum

$z_y=(-x^2+2y-y^2)e^{-y}$

$z_{xx}=2e^{-y}$ P(0/2/z) $\Delta=-4e^{-4}<0$ kein Extremwert

$z_{yy}=(x^2-4y+y^2+2)e^{-y}$

$z_{xy}=-2x\cdot e^{-y}$

6. Länge=Durchmesser = 104/3 cm; V= 32,72 dm^3