

1. Gegeben seien im Intervall $[a;b] = [2;8]$ die Stützpunkte

x_i	2	5	8
y_i	3	-2	5

- Wieviele Bedingungen benötigen Sie für eine Interpolation mit kubischen Splines ?
- Wieviele Bedingungen liefern die oben genannten Stützpunkte ?
- Welche Zusatzbedingungen gelten für einen natürlichen Spline ?
- Welche Zusatzbedingungen gelten für einen periodischen Spline ?
- Ist es möglich, die oben genannten Punkte mit einem periodischen Spline zu interpolieren?
- Interpolieren Sie die Stützpunkte mit einem natürlichen Spline.

2. Gegeben sei das Integral

$$I = \int_2^4 8 \cdot e^{-0,1x} dx$$

- Wie lauten die summierte Rechteck- und die Trapezregel ?
- Bestimmen Sie das Integral numerisch nach der Rechteckregel für $n= 5$ und $n= 10$.
- Bestimmen Sie das Integral numerisch nach der Trapezregel für $n= 5$ und $n= 10$.
- Bestimmen Sie analytisch die exakte Lösung.
- Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse aus b), c) und d).

Lösung:

1. a) $4n = 8$

b) $4n - 2 = 6$

c) $s''(a) = s''(b) = 0$

d) Voraussetzung $s(a) = s(b)$ und Bedingungen $s'(a) = s'(b)$ $s''(a) = s''(b)$

e) nein, $s(a) \neq s(b)$

$$f) s_0 = -\frac{1}{9}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{67}{9} \quad x \in [2;5]$$

$$s_1 = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - 18x + \frac{317}{9} \quad x \in [5;8]$$

Hinweis: Stellen sie die 8 Gleichungen der Interpolationsbedingungen auf.

Zur Lösung des LGS können Sie einen Rechner oder geeignetes Programm benutzen.

2. $I = \int_a^b f(x) dx$ und $h = \frac{b-a}{n}$

a) Rechteckregel: $I = h \cdot \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_i + \frac{h}{2}\right)$

Trapezregel: $I = h \cdot \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right)$

b) $n=5$ $I=11,8721$; $n=10$ $I=11,8727$

c) $n=5$ $I=11,8744$; $n=10$ $I=11,8733$

d) $I = \int_2^4 8 \cdot e^{-0,1x} dx = \left| -80 \cdot e^{-0,1x} \right|_2^4 = 11,8729$

e) Genauigkeit steigt mit wachsendem n .