

Name: Matr.-Nr.: Punkte: Note:

1. lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= -5 \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 &= 22 \end{aligned} \quad (3)$$

2. a) Berechnen Sie die inverse Matrix zu

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 15 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & -5 \end{pmatrix} \quad (3)$$

c) bestimmen Sie das Produkt BC (2)

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 6 & 0 & 3 \\ -4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

3. a) Berechnen Sie den Abstand des Punktes $P(7/0/7)$ von der Ebene E: (3)

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Berechnen Sie das Volumen der Dreieckspyramide ABCD: (3)
 $A(1/-2/5)$; $B(7/3/-5)$; $C(0/11/7)$; $D(7/-3/5)$

4. Berechnen Sie: $\sqrt[5]{243}$ (4)
 Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an. Geben Sie die Lösungen in Polarform und in kartesischer Darstellung an.

5. Untersuchen Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{6}x^3$ (6)

6. Laut Gebührenordnung der Post dürfen bei Briefen in Rollenform die Länge und der 2-fache Grundkreisdurchmesser zusammen höchstens 104cm betragen. Bei welcher Länge und welchem Durchmesser nimmt eine solche Briefrolle am meisten Raum in Anspruch? Wie groß ist dann das Volumen? (4)

7. Welche Fläche schließen $f(x) = x^3 - x$ und $g(x) = -x^3 + x^2 + 2x$ ein? (4)

8. Bei einer empirischen Befragung von 1000 Professoren gaben 400 an, daß sie weder Golf noch Tennis oder Squash spielen. (4)
 80 der 480 Tennis spielenden Professoren spielen zusätzlich Golf. Dagegen gibt es keinen Golfspieler, der auch Squash spielt.
 Insgesamt spielen 140 Professoren Golf, während lediglich 100 Befragte sich zum Squashspiel bekannten.
 a) Wieviele der befragten Professoren spielen Tennis und Squash?
 b) Wieviele Professoren spielen ausschließlich Tennis?

Lösung:

1. (0; 4; -3,5)

$$2. a) \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -15 & 6 \\ -1 & -8 & 3,2 \\ -1 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad \begin{pmatrix} 6 & 12 & -9 \\ 32 & -8 & 19 \\ 22 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

$$3. a) -2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 16 \quad d = \frac{8}{\sqrt{11}} \quad b) 842/6 = 140,33$$

$$4. r = 3 \quad \varphi = 0^\circ, 72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ \\ z = 3; (0,92 + 2,85i); (-2,43 + 1,76i); (-2,43 - 1,76i); (0,92 - 2,85i)$$

$$5. \quad \begin{array}{cccc} & 1,86 & & -1,86 \\ \text{Sym. zu } 0; & N_1(0|0; 0) = W_1, & N_2\left(\frac{1}{3}\sqrt{30} \middle| 0; \frac{10}{9}\right), & N_3\left(-\frac{1}{2}\sqrt{30} \middle| 0; \frac{10}{9}\right); \\ T\left(\sqrt{2} \middle| -\frac{2}{15}\sqrt{2}\right), & H\left(-\sqrt{2} \middle| \frac{2}{15}\sqrt{2}\right); & W_2\left(1 \middle| -\frac{7}{60}; -\frac{1}{4}\right), & W_3\left(-1 \middle| \frac{7}{60}; -\frac{1}{4}\right) \\ 1,41 \mid -0,19 & -1,41 \mid 0,19 & 1 \mid 0,12 & -1 \mid -0,12 \end{array}$$

$$6. \text{ Länge=Durchmesser} = 104/3 \text{ cm; } V = 32,72 \text{ dm}^3$$

$$7. S(-1;0), S(0;0), S(3/2; 15/8) \quad A_1 = 2/3 \quad A_2 = 1 \frac{31}{32} = 1,97$$

$$8. a) 40 \quad b) 360$$