

A**Name, Vorname:****Punkte:****Note:****Matr.-Nr.:****Studienfach:**

1. Berechnen Sie die inverse Matrix von (4)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Gegeben ist das Gleichungssystem ($a \in \mathbb{R}$):

$$\begin{aligned} -2ax_2 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 &= 4 \\ 2x_1 + x_2 + 2ax_3 &= 4 \end{aligned}$$

- a) Es sei $a=1$. Lösen Sie das Gleichungssystem mit einer Methode Ihrer Wahl. (Hinweis: beachten Sie Aufgabe 1) (4)
- b) Für welchen Wert von a besitzt das LGS keine eindeutige Lösung? (2)

3. Die Punkte $A(2/3/4)$, $B(-1/2/2)$, $C(4/-1/5)$ sind die Eckpunkte eines Dreiecks.

- a) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks. (2)
- b) Bestimmen Sie den Innenwinkel des Dreiecks am Punkt A. (2)
- c) Geben Sie die Gleichung der Ebene an, in der das Dreieck liegt. (2)
- d) In welchem Punkt durchstößt die x_3 -Achse diese Ebene? (2)

4. Berechnen Sie $z = \left[(2\sqrt{3} - 4i) - (3\sqrt{3} - 5i) \right]^7$ (4)
Geben Sie die Lösung in der Form $z=a+ib$ an.

5. Berechnen Sie die ersten Ableitungen von:

- a) $f_{(x)} = x \cdot e^{2x}$ (2)
- b) $f_{(x)} = \ln(x^2 + 2)$ (2)
- c) $f_{(a)} = \sin(ax)$ (2)

6. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $2 \cdot \sqrt{3} \sin(0,5x) - 3 = 0$ im Intervall $[0; 2\pi]$ (4)
Geben Sie die Lösungen in Grad und in Radiant an.

7. Gegeben ist die Funktion $f_{(x)} = x^3 - 6x^2 + 8x$

- a) Geben Sie den Wendepunkt von $f_{(x)}$ an. (4)
- b) Welche Fläche schließt die Funktion mit der X-Achse ein? (4)

A Lösungen:

1. $\det(A) = -8$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,25 & -0,75 & 1,25 \\ -0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 0 & 0,5 & -0,5 \end{pmatrix}$

2. a) $x_1 = 3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 0$

b) $a=2$, 2 Zeilen sind Vielfache voneinander $\det(A)=0$
 $a=0$, $\det(A)=0$

3. a) $\vec{a} = B - A = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = C - A = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$ Fläche = $\frac{1}{2} \left| \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ -14 \end{pmatrix} \right| = 8,33$

b) $\alpha = 103,5^\circ$

c) $E(ABC): -9x_1 - x_2 + 14x_3 = 35$

d) $P(0;0; 35/14) = (0/0/2,5)$

4. $z = (-\sqrt{3} + 1)^7 = (2e^{i150^\circ})^7 = 128e^{i330^\circ} = 110,85 - 64i$

5. a) $f'_{(x)} = e^{2x} + x \cdot e^{2x^2} \cdot 2 = (2x + 1) e^{2x}$

b) $f'_{(x)} = \frac{2x}{x^2 + 2}$

c) $f'_{(a)} = x \cdot \cos(ax)$

6. $z = 0,5x$ $\sin(z) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ $z_1 = 60^\circ$ $z_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$x_1 = 120^\circ = 2/3\pi$ $x_2 = 240^\circ = 4/3\pi$

7. a) $f''(x) = 6x + 12$ WP(2/0)

b) $F_{(x)} = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2$

$F_{(0)} = 0$ $F_{(2)} = 4$ $F_{(4)} = 0$

$A = 4 + |-4| = 8$