1. Durch zwei konzentrische Kreise mit den beiden Radien r_1 und r_2 seien die beiden Punktmengen K_1 und K_2 bestimmt (Bild 1.10). Welche Punktmengen werden dargestellt durch

a) $K_1 \cap K_2$ b) $K_1 \cup K_2$

c) $K_1 \setminus K_2$ d) $K_2 \setminus K_1$

2. Wie lauten die Antworten in der vorhergehenden Aufgabe im Fall $r_1 = r_2$

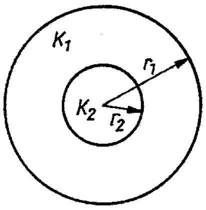

Bild 1.10

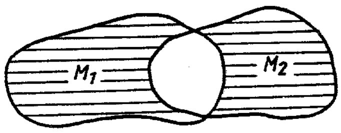

Bild 1.11

3. Wie läßt sich die in Bild 1.11 schraffierte Menge mittels Mengenoperationen aus M_1 und M_2 zusammensetzen?

4. Sei $A \subset B$. Wie lassen sich unter dieser Voraussetzung die folgenden Ausdrücke vereinfachen?

a) $A \cap B$, b) $A \cup B$, c) $A \setminus B$, d) $B \setminus A$

5. Was läßt sich jeweils über die Beziehung von M_1 und M_2 sagen, wenn

a) $M_1 \cup M_2 = M_2$ b) $M_1 \cap M_2 = M_1$ c) $M_1 \cap M_2 = \varnothing$

d) $M_1 \cup M_2 = \varnothing$ e) $M_1 \setminus M_2 = M_1$ f) $M_2 \setminus M_1 = \varnothing$

6. Gegeben seien die Mengen

$A = \{1; 2; 3; \ldots ; 10\}$, $B = \{5; 6; 7; \ldots ; 15\}$, $C = \{a; b\}$. Zu bestimmen sind die Mengen

a) $A \cap B$, b) $A \cup B$, c) $A \setminus B$, d) $B \setminus A$, e) $A \times C$

7. **Zeigen Sie die Gültigkeit der Regeln von De Morgan mit Hilfe mittels einer Wahrheitstabelle.**

8. Der Händler G. Legenheit kauft zu einem äußerst günstigen Preis einen Restposten von 1.000 Dreifarben-Kugelschreibern mit den Farben schwarz, rot und grün.

Bei der Überprüfung der Ware stellt er fest, daß von diesen Kugelschreibern

20% nicht schwarz
30% nicht rot
60% nicht grün
8% weder schwarz noch rot noch grün
10% weder rot noch grün
16% weder schwarz noch grün

schreiben. Ergänzend teilt ihm sein Gehilfe mit, daß bei 12% der Kugelschreiber genau zwei Minen defekt sind.

Wählen sie die Mengen geeignet, zeichnen Sie ein VENN-Diagramm und ermitteln Sie daraus

i. bei wieviel Kugelschreibern ausschließlich die grüne Mine defekt ist,
ii. wieviel Kugelschreiber nur grün schreiben,
iii. wieviel Prozent der Kugelschreiber fehlerfrei sind.

Lösungen:

1. a) K_2 b) K_1 c) Kreisring d) $\varnothing$
2. a) K_2 bzw. K_1 ($K_2 = K_1$) b) K_2 bzw. K_1 c) $\varnothing$ d) $\varnothing$
3. $M_1 \cup M_2 \setminus M_1 \cap M_2$ oder gleichwertig $M_1 \setminus M_2 \cup M_2 \setminus M_1$
4. a) $A \cap B = A$ b) $A \cup B = B$ c) $\varnothing$ d) keine Vereinfachung möglich
5. a) $M_1 \subseteq M_2$ b) $M_1 \subseteq M_2$ c) M_1 und M_2 sind disjunkt
d) $M_1 = M_2 = \varnothing$ e) M_1 und M_2 sind disjunkt f) $M_2 \subseteq M_1$
6. a) $A \cap B = \{5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ b) $A \cup B = \{1; 2; 3; \ldots; 15\}$
c) $A \setminus B = \{1; 2; 3; 4\}$ d) $B \setminus A = \{11; 12; 13; 14; 15\}$
e) $A \times C = \{(1,a); (2,a); \ldots; (10,a); (1,b); (2,b); \ldots; (10,b)\}$

7. Lösungsweg: Tabelle mit sämtlichen Möglichkeiten aufstellen.

8. i 420 /ii 20 /iii 180