Differential- und Integralrechnung:

1. Untersuchen sie die Funktionen

a) $f(x)=x^3+5x^2+3x-9$ b) $f(x)=x^4-5x^3+6x^2+4x-8$

2. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung:

Eine Parabel 3. Ordnung hat
a) in $O(0|0)$ die x-Achse und in $A(2|2)$ die 1. Winkelhalbierende als Tangente
b) in $O(0|0)$ die 1. Winkelhalbierende und in $B(2|0)$ die x-Achse als Tangente.

3. Eine Parabel 4. Ordnung hat im Ursprung einen Wendepunkt mit
a) der x-Achse als Wendetangente und in $A(-1|-2)$ einen Tiefpunkt
b) der 2. Winkelhalbierenden als Wendetangente und in $B(\sqrt{2}|2\sqrt{2})$ einen Tiefpunkt.

Extremwertprobleme

4. Aus einem 120 cm langen Draht soll das Kantenmodell eines Quaders hergestellt werden, bei dem eine Kante dreimal so lang wie eine andere und der Rauminhalt möglichst groß ist.

5. Welche quadratische Säule mit der Oberfläche 150 dm^2 hat den größten Rauminhalt? Wie groß ist dieser?

6. Welches rechtwinklige Dreieck mit der Hypotenuse $c=6$ cm erzeugt
a) einen Kegel größten Inhalts, wenn man es um eine Kathete dreht
b) einen Doppelkegel größten Inhalts, wenn man es um die Hypotenuse dreht?

7 Bestimme den Inhalt der Fläche, welche von den Schaubildern von f und g begrenzt wird.

a) $f(x)=\frac{1}{3}(x^3-7x)$; $g(x)=2$ b) $f(x)=4x-x^3$; $g(x)=-9x+12$
c) $f(x)=x^3-x$; $g(x)=-x^3+x^2+2x$ d) $f(x)=x^3-5x^2+4x-\sqrt{x}$; $g(x)=-\sqrt{x}$
e) $f(x)=\frac{16}{x^2}-6$; $g(x)=11-x^2$ f) $f(x)=x+\frac{1}{x^2}$; $g(x)=\frac{1}{2}(5-x^2)$

Lösungen:

1. a) $N_1(1|0;\ 16)$, $N_2(-3|0;0)=H$; $T\left(-\frac{1}{3}\middle|-\frac{256}{27}\right)$, $W\left(-\frac{5}{4}\middle|-4,74;-\frac{16}{3}\right)$
b) $N_1(2|0;0)=W_1$, $N_2(-1|0;-27)$; $T\left(-\frac{1}{4}\middle|-8,54\right)$; $W_2\left(\frac{1}{2}\middle|-\frac{81}{16};\frac{27}{4}\right)$

2. a) $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+x^2$ b) $f(x)=\frac{1}{4}x^3-x^2+x$

3. a) $f(x)=6x^4+8x^3$ b) $f(x)=-2\sqrt{2}x^4+\frac{11}{2}x^3-x$

4. Die Kantenlängen sind 5 cm, 10 cm, 15 cm; $V_{max}=750\ cm^3$

5. Würfel mit Kantenlänge 5 cm und $V=125\ cm^3$

6. a) $a=h_K=2\sqrt{3}$ cm; $b=r_K=2\sqrt{6}$ cm
b) $h_K=3$ cm; $a=b=3\sqrt{2}$ cm; V maximal bei symmetrischem Dreieck.

7 a) Schnittpunkte $S_1(-2|2)$, $S_2(-1|2)$, $S_3(3|2)$;
$A_{-2}(-1)=\frac{1}{4}$; $A_{-1}(3)=10\frac{2}{3}$
b) $S_1(-4|48)$, $S_2(1|3)$, $S_3(3|-15)$; $A_{-4}(1)=93,75$; $A_1(3)=8$.
c) $S_1(-1|0)$; $S_2(0|0)$; $S_3\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{15}{8}\right)$; $A_{-1}(0)=\frac{2}{3}$; $A_0\left(\frac{3}{2}\right)=1\frac{31}{32}\approx 1,969$
d) $S(0|0)$; $S_2(1|-1)$; $S_3(4|-2)$; $A_0(1)=\frac{7}{12}$; $A_1(4)=11,25$
e) $S_1(-4|-5)$, $S_2(-1|10)$, $S_3(1|10)$, $S_4(4|-5)$; $A_{-4}(-1)=A_1(4)=18$
f) $S_1(1|2)$ ist Berührpunkt; $S_2(-2-\sqrt{2}|-3,328)$, $S_3(-2+\sqrt{2}|2,328)$;
$A_{-2-\sqrt{2}}(-2+\sqrt{2})=\frac{10}{3}\sqrt{2}\approx 4,71405$