1. Berechnen Sie folgende Determinanten:

a) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & -6 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 8 \\ 1 & -5 & 1 \\ 2 & 64 & 4 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 5 & 2 & 8 \\ 3 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & 2 \\ 3 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -5 \end{vmatrix}$

2. Sind folgende Matrizen regulär? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Inverse.

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & -1 & -9 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad F=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 32 \end{pmatrix}$$

3. Es. sei

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}. \text{ Zeigen Sie: } |A_{\text{adj}}| = |A|^2.$$

4. a) Alpaka (Neusilber) ist eine Legierung aus Kupfer, Nickel und Zink. Aus den in Fig. 17.1 angegebenen Sorten I bis IV kann auf verschiedene Arten Alpaka mit einem Kupfergehalt von 55%, einem Nickelgehalt von 23% und einem Zinkgehalt von 22% hergestellt werden. Gib mehrere Möglichkeiten an.

	I	II	III	IV
Kupfer	40%	50%	60%	70%
Nickel	26%	22%	25%	18%
Zink	34%	28%	15%	12%

17.1

b) In welchem Verhältnis muß man je drei der vier angegebenen Legierungen mischen, um die in a) genannte Legierung zu erhalten?

Lösungen:

1. a) 52 b) 0 c) -192 d) 235

2. $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$; B ist nicht regulär; $C^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -10 & 4 & 2 \\ 7 & -3 & -1 \end{pmatrix}$

$D^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $F^{-1}=\frac{1}{32}\begin{pmatrix} 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

3. $|A_{\text{adj}}| = \begin{vmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 3 & -5 & -1 \\ -3 & 3 & 3 \end{vmatrix} = 36 = |A|^2$

4. I,II,III,IV: $\left.\begin{aligned} 40x_1+50x_2+60x_3+70x_4 &= 5500 \\ 26x_1+22x_2+25x_3+18x_4 &= 2300 \\ 34x_1+28x_2+15x_3+12x_4 &= 2200 \end{aligned}\right\}$ hat die Lösung

$x_1=-\frac{50}{7}+\frac{10}{7}r,\ x_2=\frac{450}{7}-\frac{13}{7}r,\ x_3=\frac{300}{7}-\frac{4}{7}r,\ x_4=r$

mit $5 \le r \le \frac{450}{13}$.

I,II,III: nicht möglich wegen $x_4=r\ge 5$;
I,II,IV: nicht möglich wegen $x_3 \ge \frac{300}{7}-\frac{4}{7}\cdot\frac{450}{13}>0$;
I,III,IV: möglich mit $r = \frac{450}{13}$;
II,III,IV: möglich mit $r=5$.