

komplexe Zahlen:

Man berechne die in den Aufgaben 3.3 bis 3.5 gegebenen komplexen Zahlen und vereinfache sie:

- 3.3 a) $-3(-2 + 6i)$ b) $i\sqrt{2}(3 - i\sqrt{3})$ c) $(5 + 2i)(3 + 4i)$
 d) $(2 + 3i)(4 - 5i)$ e) $(1 + \sqrt{-3})(3 - \sqrt{-2})$
- 3.4 a) $(16 + i\sqrt{2}) : 2\sqrt{2}$ b) $(4 - i\sqrt{3}) : 2i$ c) $(2 + 3i) : (3 - 4i)$
 d) $1 : (1 + i)$ e) $22 : (2 - i\sqrt{7})$
 f) $\frac{8 + 7i}{3 + 4i}$ g) $\frac{1 + i}{1 - i} - \frac{1 - i}{1 + i}$ h) $\frac{(5 + i\sqrt{3})(5 - i\sqrt{3})}{2 - i\sqrt{3}}$
- 3.5 a) $(5 + 3i) + (5 - 3i)$ b) $(5 + 3i) - (5 - 3i)$ c) $(5 + 3i) \cdot (5 - 3i)$
 d) $(5 + 3i) : (5 - 3i)$ e) $(1 + i\sqrt{2})^2$ f) $(3 - i\sqrt{5})^2$

3.8 Man forme folgende komplexen Zahlen in die goniometrische Form um:

- a) $5 + 12i$ b) $3 - 4i$ c) $-3 + 1,6i$ d) -1
 e) $2i$ f) $1 - i\sqrt{3}$ g) $-1 + i\sqrt{3}$ h) $-8i$

3.9 Man stelle die komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ dar, wenn gegeben sind:

- a) $r = 12, \varphi = 210^\circ$ b) $r = 8, \varphi = 135^\circ$ c) $r = 6, \varphi = 240^\circ$

3.15 Berechnen Sie

- a) $(1 - i)^5$ b) $(1 + i)^8$ c) $(1 + i\sqrt{3})^4$ d) $\left(\frac{1}{2} + \frac{i}{2}\sqrt{3}\right)^5$

- 3.16 a) Zeigen Sie, daß $(\cos 50^\circ - i \sin 50^\circ)^4 = (\cos 200^\circ - i \sin 200^\circ)!$
 b) Verallgemeinern Sie für beliebige φ und beliebige n -te Potenz!

3.18 Man wandle die folgenden komplexen Zahlen in die Exponentialform um!

- a) $5 - 5i$ b) $4 - 8i$ c) $15 - 13i$

3.19 a) Man verwandle $z = 2,5 e^{i43^\circ 30'}$ in die Form $a + bi!$

b) Wie lauten reeller und imaginärer Teil von $z = 4 \cdot e^{-i36^\circ 15'}$?

c) Man berechne $e^{i146^\circ} \cdot e^{-i82^\circ}$ und schreibe das Ergebnis in der Form $a + bi!$

3.20 Gegeben sei $z = -2(\cos 30^\circ - i \sin 30^\circ)$. Gesucht ist z

- a) in arithmetischer Form
 b) in Exponentialform

3.21 a) Man bestimme den reellen und den imaginären Teil von $\frac{(1+i)^2}{1-i}!$

b) Wie lautet die goniometrische Form dieser Zahl?

Lösungen:

- 3.3 a) $6 - 18i$ b) $\sqrt{6} + 3i\sqrt{2}$ c) $7 + 26i$ d) $23 + 2i$
 e) $3 + \sqrt{6} + (3\sqrt{3} - \sqrt{2})i$
- 3.4 a) $4\sqrt{2} + \frac{1}{2}i$ b) $-\frac{\sqrt{3}}{2} - 2i$ c) $-0,24 + 0,68i$ d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
 e) $4 + 2i\sqrt{7}$ f) $2,08 - 0,44i$ g) $2i$ h) $8 + 4i\sqrt{3}$
- 3.5 a) 10 b) $6i$ c) 34 d) $\frac{8}{17} + \frac{15}{17}i$
 e) $-1 + 2i\sqrt{2}$ f) $4 - 6i\sqrt{5}$
- 3.8 a) $13(\cos 67,38^\circ + i \sin 67,38^\circ)$ b) $5(\cos 306,87^\circ + i \sin 306,87^\circ)$
 c) $3,4(\cos 151,93^\circ + i \sin 151,93^\circ)$ d) $\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ$
 e) $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ f) $2(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$
 g) $2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ h) $8(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$
- 3.9 a) $-6\sqrt{3} - 6i$ b) $-4\sqrt{2} + 4i\sqrt{2}$ c) $-3 - 3i\sqrt{3}$
- 3.15 a) $-4 + 4i$ b) 16 c) $-8 - 8i\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{2} - \frac{i}{2}\sqrt{3}$
- 3.16 a) $(\cos 50^\circ - i \sin 50^\circ)^4 = [\cos(-50^\circ) + i \sin(-50^\circ)]^4$
 $= (\cos(-200^\circ) + i \sin(-200^\circ)) = (\cos 200^\circ - i \sin 200^\circ)$
 b) $(\cos \varphi - i \sin \varphi)^n = \cos(n\varphi) - i \sin(n\varphi)$
- 3.18 a) $z = 7,071 e^{-i,785i}$ oder $z = 7,071 e^{-i45^\circ}$
 b) $z = 8,944 e^{-i,107i}$ oder $z = 8,944 e^{-i63,435^\circ}$
 c) $z = 19,849 e^{-i,714i}$ oder $z = 19,849 e^{-i40,914^\circ}$
- 3.19 a) $z = 1,8134 + 1,7209i$ b) $a = 3,22576$ $b = -2,36524$
 c) $z = 0,438 + 0,899i$
- 3.20 a) $-\sqrt{3} + i$ b) $2 \cdot e^{i150^\circ}$
- 3.21 a) $a = -1$ $b = +1$ b) $z = \sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$