

Übungsaufgaben Mathematik I (4)

Prof. Dr. H. Becker

Fachhochschule Frankfurt Fachbereich MND

Funktionen

1. Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich der folgenden Funktionen:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}} \quad g(x) = \frac{1}{x^2-1} \quad h(x) = \frac{x}{x^2+1}$$

2. Wo sind die folgenden reellen Funktionen definiert und monoton (steigend oder fallend)

$$f(x) = x^4 \quad f(x) = \sqrt{x-2} \quad f(x) = \frac{1}{17x} \quad f(x) = x \cdot \sqrt{x}$$

3. Bilden Sie :

$$(x-1)^8 ; \left(\frac{u}{2} + \frac{v}{3}\right)^4 ; (2a-3b)^5$$

4. Gegeben ist  $f(x) = 1 + x$ . Gesucht sind die Funktionen und ihre Bildkurven, welche entstehen durch:

Spiegelung an der x-Achse

Spiegelung an der y-Achse

Spiegelung am Ursprung

Spiegelung an  $y = x$ 

5. Bestimmen Sie die Umkehrfunktion und veranschaulichen Sie sich das Ergebnis grafisch:

$$y = x^2 + 2x - 8$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$

$$y = 4 - \sqrt{x}$$

$$y = 4x^2 + 2$$

Lösungen:

$$D = [-2, \infty) \setminus \{2\}, f(D) = [0, \infty) \setminus \{2\}.$$

1.  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}, g(D) = \mathbb{R} \setminus (-1, 0]$ 

$$D = \mathbb{R}, h(D) = \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$$

2. Streng monoton fallend auf  $(-\infty, 0]$ , streng monoton steigend auf  $[0, \infty)$ ; keine Umkehrfunktion.Streng monoton steigend.  $f^{-1} = x^2 + 2$ . Streng monoton fallend.  $f^{-1}(x) = \frac{1}{17x}$ . Streng monotonsteigend.  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x^2}$ 

3.

$$x^8 - 8x^7 + 28x^6 - 56x^5 + 70x^4 - 56x^3 + 28x^2 - 8x + 1$$

$$\frac{u^4}{16} + 4 \frac{u^3}{8} \cdot \frac{v}{3} + 6 \frac{u^2}{4} \cdot \frac{v^2}{9} + 4 \frac{u}{2} \cdot \frac{v^3}{27} + \frac{v^4}{81}$$

$$32a^5 - 5 \cdot 16a^4 \cdot 3b + 10 \cdot 8a^3 \cdot 9b^2 - 10 \cdot 4 \cdot a^2 \cdot 27b^3 + 5 \cdot 2a \cdot 81b^4 - 243b^5$$

4.

$$y = -1 - x \quad y = 1 - x \quad y = -1 + x \quad y = -1 + x$$

5.

$$y + 1 = \sqrt{x + 9}$$

$$y = 10 - 2x$$

$$y = (x - 4)^2$$

$$y = \pm \frac{1}{2} \sqrt{x - 2}$$